

# Étude expérimentale et numérique des transferts de chaleur en espace annulaire sans débit axial et avec cylindre intérieur tournant

Madiha Bouafia<sup>a</sup>, Abdenacer Ziouchi<sup>b</sup>, Yves Bertin<sup>c\*</sup>, Jean-Bernard Saulnier<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Cemif-GMFE, 40 rue du Pelvoux, 91020 Évry cedex, France

<sup>b</sup> IAP de Boumerdès, av. du 1<sup>er</sup>-Novembre, 35000 Boumerdès, Algérie

<sup>c</sup> Laboratoire d'études thermiques, UMR-CNRS 6608, Ensm, BP 109, 86960 Futuroscope cedex, France

(Reçu le 10 mars 1998, accepté le 9 février 1999)

Abridged English version at the end of the text

**Abstract** — Experimental and numerical study of heat transfer in an annular gap without axial flow with a rotating inner cylinder. The convective heat transfer between the walls of an annular gap with a rotating inner cylinder are studied experimentally and numerically. Two geometrical configurations are analysed : the surfaces of the cylinders are either smooth, or the moving wall is smooth and the other is axially grooved. The experimental study allowed us to appreciate the increase of heat transfer in the presence of grooves for values of Taylor number up to  $2 \cdot 10^7$ . The study of the flow and of the heat transfer has also been conducted by numerical simulation by means of three-dimensional laminar model for the grooved gap, and of an axisymmetric model for the smooth gap. The comparison of numerical and experimental data have shown a good agreement of the Nusselt number for values of Taylor number up to  $4 \cdot 10^5$ . © Elsevier, Paris.

electric motor / gap / convective heat transfer / Couette-Taylor flow / experiment / numerical simulation / Taylor vortex

**Résumé** — Les transferts convectifs entre les parois d'un espace annulaire avec un cylindre intérieur tournant sont étudiés expérimentalement et numériquement. Deux configurations géométriques sont analysées : les surfaces des cylindres sont toutes les deux lisses, ou la paroi mobile est lisse et l'autre rainurée axialement. L'étude expérimentale a permis de mesurer l'impact des rainures sur l'augmentation des transferts jusqu'à un nombre de Taylor égal à  $2 \cdot 10^7$ . L'étude de l'écoulement et des transferts thermiques par voie de simulation numérique a été effectuée à l'aide d'un modèle laminaire tridimensionnel en entrefer rainuré et d'un modèle axisymétrique en entrefer lisse. La confrontation des résultats numériques et expérimentaux a montré une bonne concordance du nombre de Nusselt pour des valeurs du nombre de Taylor pouvant atteindre  $4 \cdot 10^5$ . © Elsevier, Paris.

moteur électrique / entrefer / transferts convectifs / écoulement de Couette-Taylor / expérience / simulation numérique / tourbillons de Taylor

## Nomenclature

$A$	section de l'espace annulaire . . . . .	$m^2$	$n_r$	nombre de rainures	
$b$	largeur équivalente de l'entrefer rainuré ( $b = A/2\pi r_i$ ) . . . . .	$m$	$Nu_{cond}$	nombre de Nusselt en conduction pure ( $Nu_{cond} = (e/r_i)/(\ln[1 + e/r_i])$ )	
$e$	largeur de l'entrefer ( $e = r_e - r_i$ ) . . . . .	$m$	$Nu_{RS}$	nombre de Nusselt global entre rotor et stator	
$F_{0-\lambda}$	fraction du pouvoir émissif total		$p$	profondeur de la rainure . . . . .	$m$
$F_g$	facteur géométrique		$r_e$	rayon du stator . . . . .	$m$
$l$	largeur de la rainure . . . . .	$m$	$Re$	nombre de Reynolds lié à la rotation ( $Re = \omega r_i e/\nu$ )	
$L$	longueur de l'entrefer . . . . .	$m$	$r_i$	rayon du rotor . . . . .	$m$
$M_\lambda^0$	émittance monochromatique du corps noir . . . . .	$W \cdot m^{-3}$	$r_m$	rayon logarithmique moyen basé sur $e$ ( $r_m = e/\ln(r_e/r_i)$ ) . . . . .	$m$
			$r_{mb}$	rayon logarithmique moyen basé sur $b$ , $r_{mb} = b/\ln((r_i + b)/r_i)$ . . . . .	$m$

\* Correspondance et tirés à part.  
 bertin@let.ensma.fr



$S_m$	surface moyenne d'échange, $S_m = 2\pi r_{mb} L$ .....	$m^2$
$T$	température .....	K
$Ta$	nombre de Taylor $(Ta = 2 Re^2(1 - \eta)/(1 + \eta))$	
$Ta_c$	nombre de Taylor critique	
$Ta_m$	nombre de Taylor modifié $(Ta_m = \omega^2 r_m e^3 / \nu^2)(1/F_g)$	
$T_p$	température locale de paroi .....	K
$\bar{T}_p$	température moyenne de paroi .....	K
$u$	composante de la vitesse dans la direction angulaire .....	$m \cdot s^{-1}$
$v$	composante de la vitesse dans la direction radiale .....	$m \cdot s^{-1}$
$w$	composante de la vitesse dans la direction axiale .....	$m \cdot s^{-1}$

*Symboles grecs*

$\varepsilon$	émissivité hémisphérique totale	
$\phi_{conv}$	flux convecté à la paroi du rotor....	W
$\lambda$	longueur d'onde .....	m
$\lambda_m$	conductivité thermique .....	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
$\nu$	viscosité cinématique .....	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\eta$	rapport des rayons ( $\eta = r_i/r_e$ )	
$\gamma$	rapport d'aspect ( $\gamma = L/e$ )	
$\theta$	domaine angulaire.....	rad
$\sigma$	constante de Boltzmann .....	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$
$\omega$	vitesse angulaire .....	$rad \cdot s^{-1}$

*Indices*

p	paroi (p = R au rotor, p = S au stator)
---	---

**1. INTRODUCTION**

La caractérisation des transferts convectifs entre les parois d'un espace annulaire et l'air qui y séjourne est reconnue aujourd'hui comme très importante, en particulier en vue de l'amélioration des performances des machines tournantes et des moteurs électriques dits «rapides». Certaines technologies de moteur induisent la présence en périphérie du stator de rainures axiales de section importante. L'impact de ces rainures sur les transferts thermiques doit, par conséquent, être clairement évalué. L'objectif de cet article est de présenter les résultats expérimentaux acquis sur une maquette d'entrefer de moteur électrique et les résultats numériques relatifs aux transferts convectifs quand seule la rotation du cylindre intérieur agit sur l'écoulement d'air.

L'étude de la stabilité de l'écoulement et des phénomènes de transferts convectifs en espace annulaire lisse avec une paroi tournante a fait l'objet de nombreuses recherches dans les domaines fondamental et appliqué. Deux revues bibliographiques concernant les travaux à ce sujet ont été publiées par Di Prima

et Swinney [1] et par Maron et Cohen [2]. Concernant les transferts de chaleur, les études sont essentiellement expérimentales. Il ressort, principalement, qu'en absence d'écoulement axial, et au-delà d'une valeur critique de la vitesse de rotation, des structures tourbillonnaires contrarotatives se superposent à l'écoulement de Couette et accroissent considérablement les transferts. Bjorklund et Kays [3] l'ont vérifié expérimentalement en opérant avec de l'air dans des espaces annulaires de rapport de forme  $e/r_i$  compris entre 0,054 et 0,246 et pour différents rapports de la vitesse de rotation de la paroi externe et de la paroi interne. Dans le cas où seul le cylindre intérieur est en rotation, leurs résultats en transfert de chaleur sont corrélés à la vitesse par la relation :

$$Nu/N_{cond} = 0,175 \left( \sqrt{e/r_i} Re \right)^{0,5} \text{ pour } 90 < Re < 2\,000 \tag{1}$$

Les résultats de Gazley [4] relatifs à un rapport de forme valant 0,0068 et 0,095 accusent un écart important par rapport à cette corrélation. Ceci peut être attribué aux hypothèses restrictives de sa méthode de dépouillement [2], qui repose sur l'analogie entre les transferts de chaleur et de quantité de mouvement. Becker et Kaye [5] ont traité le cas d'un entrefer large ( $e/r_m = 0,214$ ). Leurs résultats qui sont en très bonne concordance avec la corrélation de Bjorklund et Kays sont formulés par les deux expressions successives :

$$Nu_{RS} = 0,064 Ta_m^{0,367} \text{ pour } 1\,800 < Ta_m < 10^4 \tag{2}$$

et

$$Nu_{RS} = 0,205 Ta_m^{0,241} \text{ pour } 10^4 < Ta_m < 4 \cdot 10^6$$

Il en est de même pour Aoki et al. [6], dont les investigations couvrent quatre valeurs du nombre de Prandtl (0,71 ; 4,5 ; 45 et 160) et des entrefers de rapport de forme  $e/r_i$  variant entre 0,055 et 0,132. Ces auteurs proposent la corrélation :

$$Nu = 0,22 Ta^{0,25} Pr^{0,3} \text{ pour } 5\,000 < Ta < 2 \cdot 10^5 \tag{3}$$

En espace annulaire rainuré axialement, la littérature témoigne de travaux peu nombreux et aboutissant souvent à des résultats contradictoires concernant le rôle des rainures sur les transferts convectifs. Pour ce type de configuration, on peut déjà noter la variété des géométries traitées. Gazley [4] a analysé 7 configurations de parois lisse ou/et rainurée au rotor et au stator, qui se différencient essentiellement par la largeur de l'entrefer, ainsi que par le nombre et la position des rainures. Il conclut que la présence des rainures au rotor ou/et au stator exerce un effet sensible sur l'amélioration des transferts au-delà de la zone purement laminaire. Tachibana et Fukui [7] ont analysé le cas d'un entrefer rainuré au rotor et constatent, au contraire, qu'il n'y a pas d'amélioration notable. Gardiner [8] et Hwang [9] ont également étudié la situation d'entrefer rainuré au rotor. Le premier a utilisé de l'eau pour travailler avec trois valeurs différentes du nombre de Prandtl, le second s'est intéressé plus particulièrement à l'étude de

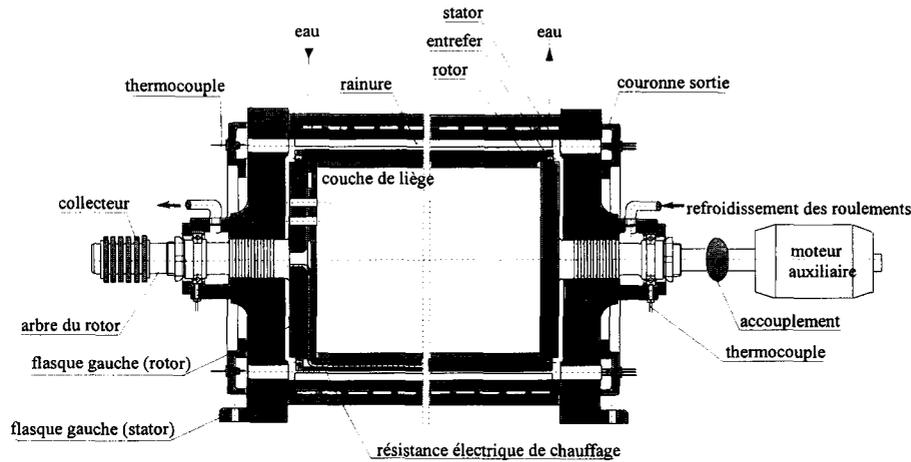


Figure 1. Coupe axiale de la maquette.

Figure 1. Sketch of the mock-up in the  $(r, z)$  plane.

l'influence de l'ouverture de la rainure sur le niveau des transferts. Tous les deux mentionnent une nette amélioration des transferts en présence des rainures au-delà d'une valeur critique du nombre de Taylor.

Concernant le volet numérique, seul Hayase [10], à notre connaissance, a procédé à une modélisation numérique de l'écoulement et des transferts de chaleur en configuration d'entrefer rainuré et pour des valeurs modérées du nombre de Taylor. Au-delà de la valeur critique, il constate lui aussi une légère augmentation des transferts de chaleur en présence de ces rainures.

Compte tenu de la disparité de l'ensemble des résultats, nous avons développé, en collaboration avec EDF (département TTA), un dispositif expérimental permettant de quantifier les échanges convectifs entre les parois et l'air pour deux entrefers étroits et longs : l'un est lisse, l'autre est caractérisé par la présence de 48 rainures axiales profondes, situées sur la paroi externe fixe. Les essais effectués nous ont permis de mesurer l'impact de ces rainures sur le niveau des transferts, pour des valeurs du nombre de Taylor pouvant atteindre  $2 \cdot 10^7$ . Parallèlement, une étude numérique a été menée pour les deux situations géométriques, le modèle numérique développé restant laminaire. Il est basé sur une méthode de volumes finis et simulé au moyen du logiciel Phoenics. La confrontation des résultats numériques et expérimentaux a pu être ainsi effectuée jusqu'à des nombres de Taylor égaux à  $4 \cdot 10^5$ .

## 2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

### 2.1. La maquette et les moyens de mesure

La maquette développée est conçue de manière à pouvoir fonctionner dans une plage de vitesse de

rotation large, en présence ou non de débit axial d'air, et à permettre la détermination des transferts convectifs entre les parois de l'entrefer et l'air qui y circule. On trouvera, en référence [11], une description détaillée du dispositif expérimental et de ses dimensions, ainsi que de son environnement de métrologie. De manière synthétique, on peut dire que la maquette (figure 1) est constituée de deux cylindres coaxiaux, schématisant un entrefer étroit bordé par un rotor intérieur chauffé et par un stator refroidi. La vitesse de rotation peut atteindre  $6\,000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ . Deux stators différents ont été utilisés, l'un lisse, le second pourvu de 48 rainures axiales.

Une chaîne de mesure composée d'un détecteur infrarouge et de 12 fibres optiques permet d'accéder à l'évolution axiale de la température de surface du rotor, préalablement revêtu d'une couche de dioxyde de titane. Les fibres, en verre fluoré, présentent une bande passante telle qu'elles peuvent être considérées schématiquement comme transparentes en dessous d'une longueur d'onde de  $5 \mu\text{m}$  et opaques au-delà. Les fibres ont été étalonnées individuellement au moyen d'un corps noir ; des relations ont été établies afin de prendre en compte les propriétés d'émission des parois de l'entrefer, les multi-réflexions mises en jeu entre le rotor et le stator et la transmission propre de chacune des fibres (cf. annexe). Les températures sont mesurées au stator à l'aide de 122 thermocouples cuivre-constantan. En particulier, à une cote axiale donnée, on relève 5 températures autour de la rainure, la température au voisinage de l'entrefer et la température à proximité de la paroi refroidie (figure 2).

Les différentes températures mesurées au stator, au rotor, sur les flasques, aux paliers, ainsi que le flux de chaleur injecté au rotor, sont considérés en tant que conditions aux limites dans deux modèles numériques nodaux simulant séparément les transferts conductifs au rotor et au stator. Après résolution, nous accédons à la distribution axiale de la densité de flux de chaleur

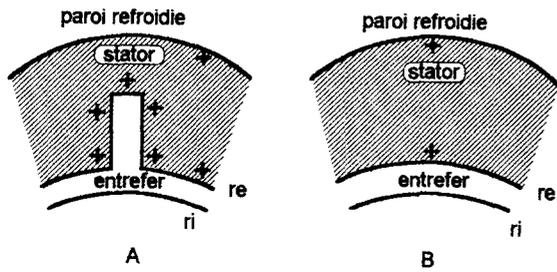


Figure 2. Positions des thermocouples dans le stator : (A) rainuré, (B) lisse.

Figure 2. Positions of thermocouples in the stator: (A) grooved, (B) smooth.

pariétal conduit. Par voie de bilan et tenant compte de la part des transferts par rayonnement, on déduit les densités des flux de chaleur échangés par convection.

### 2.2. Paramètres descriptifs retenus

L'ensemble des points de fonctionnement pratiques sont traités de manière à ce que les résultats soient caractérisés par le nombre de Nusselt global,  $Nu_{RS}$ , basé sur l'écart des températures moyennes de la paroi du rotor et de celle du stator. Il est exprimé par :

$$Nu_{RS} = \frac{\phi_{conv} e}{S_m (T_R - T_S) \lambda_m} \quad (4)$$

où  $\phi_{conv}$  figure le flux de chaleur convecté du rotor vers le stator,  $e$  la largeur de l'espace annulaire et  $S_m$  la surface d'échange moyenne bâtie sur le rayon logarithmique moyen  $r_m$  égal à  $(r_e - r_i) / \ln(r_e / r_i)$  en entrefer lisse. En entrefer rainuré, plusieurs définitions du nombre de Nusselt sont adoptées dans la littérature, retenant des choix différents de la surface moyenne d'échange, ce qui rend difficile la comparaison des différents résultats. Cette surface peut être calculée à partir, soit du rayon moyen  $(r_i + r_e) / 2$  [9], soit du rayon de la paroi lisse ( $r_i$  ou  $r_e$ ) [10], ou encore bâtie sur un rayon moyen  $(r_i - p_r / 2)$  de rotor rainuré [8]. Dans notre situation, compte tenu du caractère étroit de l'entrefer et du nombre important de rainures, nous avons retenu une définition de ce rayon moyen analogue à celle adoptée par Lee et al. [12] en entrefer étroit :  $r_{mb} = b / \ln[(r_i + b) / r_i]$ . La variable  $b$  est une largeur équivalente de l'entrefer, définie par  $b = A / 2\pi r_i$ , où  $A$  est la section totale de l'espace annulaire et des rainures.

En écoulement de rotation sans débit axial, les transferts de chaleur font intervenir le nombre de Taylor  $Ta$ , défini par :

$$Ta = 2 Re^2 \frac{1 - \eta}{1 + \eta} \quad (5)$$

où  $Re$  est le nombre de Reynolds lié à la rotation et  $\eta$  le rapport des rayons. Pour comparer nos résultats à

ceux de Becker et Kaye [5], en particulier, nous avons également retenu le nombre de Taylor modifié  $Ta_m$  adopté par ces auteurs, défini par :

$$Ta_m = \frac{\omega^2 r_m e^3}{\nu^2} (1/F_g) \quad (6)$$

où  $\omega$  est la vitesse angulaire du rotor,  $r_m$  le rayon logarithmique moyen bâti ici sur la variable  $e$  pour les deux géométries d'entrefer et  $F_g$  un facteur géométrique qui tend vers la valeur 1 en entrefer étroit [5]. Les nombres  $Ta$  et  $Ta_m$  sont équivalents dans ce cas.

### 3. COMPARAISON DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ENTRE LE CAS LISSE ET LE CAS RAINURÉ

La figure 3 présente la variation du nombre de Nusselt global en fonction de  $Ta_m$  pour les deux géométries d'entrefer lisse et rainuré. Nos résultats en entrefer lisse, comparés à ceux correspondants de Bjorklund et Kays [3] et à ceux de Becker et Kaye [5] sont en bon accord : on retrouve la première transition entre le régime de conduction pure ( $Nu_{RS} = 1$ ) et le régime laminaire avec tourbillons, pour une valeur critique  $Ta_c$  du nombre de Taylor voisin de 1800 dans notre situation. Au-delà de cette valeur et jusqu'à  $4 \cdot 10^6$  — limite d'application des corrélations de ces auteurs — nous retrouvons, avec un écart maximum de 11 %, les évolutions du nombre de Nusselt données par les relations (équations (2)) de Becker et Kaye. Enfin, pour des valeurs supérieures à cette dernière limite, les transferts de chaleur que nous avons caractérisés

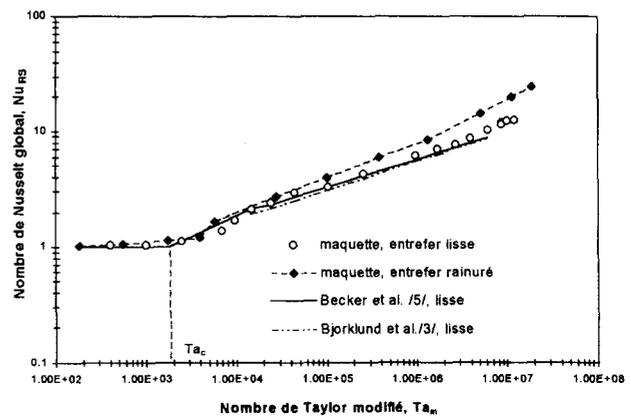


Figure 3. Influence de la vitesse de rotation sur le nombre de Nusselt global. Comparaison entre entrefer lisse et entrefer rainuré.

Figure 3. Influence of the rotational speed on the global Nusselt number. Comparison between smooth and grooved gap.

semblent plus performants que ce que permettrait de prédire l'extrapolation de leur corrélation. En particulier, pour une valeur de  $Ta_m$  de  $10^7$ , notre valeur du nombre de Nusselt mesurée est de 25 % plus élevée. Pour cette plage de fonctionnement caractérisée par  $Ta_m/Ta_c > 2200$ , on peut penser à l'influence d'un régime d'écoulement devenu turbulent.

En entrefer rainuré, nos mesures montrent que la transition entre le régime laminaire et l'apparition des premières instabilités semble se situer au voisinage de  $Ta_m = 3900$ . Au-dessous de cette valeur critique, où l'écoulement est purement laminaire, on note une augmentation modérée du nombre de Nusselt avec la vitesse de rotation. Il passe de 1,02 à 1,2, alors qu'il est constant en entrefer lisse. Ce comportement est sans doute lié à l'influence des rainures sur l'écoulement de Couette. En effet, à très faible vitesse de rotation, l'écoulement d'air dans la rainure et celui dans l'espace annulaire peuvent être jugés totalement indépendants. On peut penser que l'interaction entre ces deux régions grandit sous l'effet des forces centrifuges quand la vitesse de rotation augmente ; ainsi, la surface des rainures est mieux mise à profit pour les transferts thermiques. À partir de cette valeur critique, un saut est observé jusqu'au voisinage de  $Ta_m = 6000$  ; au-delà,  $Nu_{RS}$  varie suivant deux corrélations établies avec une incertitude de  $\pm 10\%$  :

$$Nu_{RS} = 0,132 Ta_m^{0,3} \quad \text{pour } 6000 < Ta_m < 1,4 \cdot 10^6$$

et (7)

$$Nu_{RS} = 0,029 Ta_m^{0,4} \quad \text{pour } 1,4 \cdot 10^6 < Ta_m < 2 \cdot 10^7$$

Ces relations montrent que les transferts s'intensifient, là encore comme en situation d'entrefer lisse, au-delà d'une valeur de  $Ta_m$  élevée,  $Ta_m = 1,4 \cdot 10^6$  en l'occurrence. De plus, on peut noter que l'augmentation du nombre de Nusselt avec la vitesse de rotation est plus marquée pour l'entrefer rainuré. L'écart relatif entre les valeurs obtenues pour ces deux configurations géométriques varie entre 5 et 86 % pour des valeurs de  $Ta_m$  comprises respectivement entre  $10^4$  et  $10^7$ .

Dans la littérature, l'influence des rainures sur les transferts convectifs caractérisés par le nombre de Nusselt est différemment appréciée. Dans le cas de stators rainurés, Gazley [4] mentionne une amélioration sensible des transferts au-delà de la zone d'écoulement laminaire. Les travaux numériques de Hayase [10] évaluent cette augmentation à 10 %. Dans le cas de rotors rainurés, les résultats expérimentaux de Tachibana et al. [7] ne mettent pas en évidence d'effet sensible, alors que ceux de Gardiner [8] et de Hwang [9] font apparaître, au contraire, une nette amélioration du nombre de Nusselt, évaluée à 25 % selon [9] et de 40 à 50 % selon [8], dans la zone d'écoulement avec tourbillons. Les résultats de Hayase [10] révèlent pour ce cas une augmentation de 20 %. Cette apparente contradiction entre les différents auteurs est reliée à la variété des géométries traitées mais aussi, en partie, au

choix de la surface d'échange retenue comme référence pour définir le nombre de Nusselt (voir § 2.2).

## 4. ÉTUDE NUMÉRIQUE

### 4.1. Présentation du modèle et conditions aux limites

On présente le modèle numérique utilisé pour étudier l'écoulement et les transferts de chaleur d'un fluide en espace annulaire lisse ou rainuré, fermé, entre un cylindre intérieur tournant chaud et un cylindre extérieur fixe plus froid. L'écoulement est supposé à propriétés thermophysiques uniformes et les dissipations d'origine visqueuse sont négligeables. Nos investigations se limitent aux régimes de Couette laminaire et tourbillonnaire de Taylor. Plusieurs entrefers, de géométries différentes, ont été traités afin d'apprécier l'influence des rapports de forme [13].

Dans un système de coordonnées cylindriques ( $r, \theta, z$ ) (figure 4) avec les composantes de vitesse correspondantes ( $v, u, w$ ), les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en régime stationnaire sont :

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

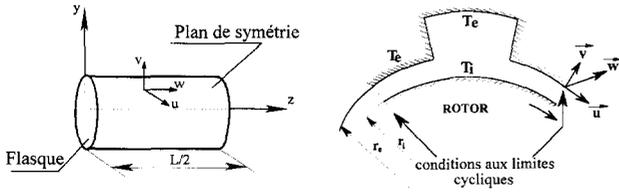
$$v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u^2}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho C_p \left( v \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

En entrefer lisse, le problème est considéré axisymétrique et, de ce fait, un modèle bidimensionnel qui discrétise le domaine d'étude suivant  $r$  et  $z$  est suffisant. Pour la configuration d'entrefer rainuré, nous avons admis une périodicité circonférentielle géométrique et



**Figure 4.** Domaine d'étude en entrefer rainuré.  
**Figure 4.** Studied domain of a grooved gap.

physique. Nos calculs se limitent alors à un domaine élémentaire dans le plan  $(r, \theta)$  incluant une seule rainure et son proche environnement. Les extrémités axiales de l'espace inter-cylindre sont supposées fermées par des flasques solidaires du stator. Le nombre de cellules tourbillonnaires est toujours pair dans un entrefer bordé de flasques. Nous supposons donc une symétrie ramenant les calculs à la moitié du domaine physique suivant l'axe  $Oz$ . Les conditions aux limites pour un entrefer rainuré sont finalement (figure 4) :

$$\begin{aligned} \text{au rotor : } & u = \omega r_i, \quad v = w = 0 \quad \text{et } T = T_R \\ \text{au stator : } & u = v = w = 0 \quad \text{et } T = T_S \\ z = 0, & \quad u = v = w = 0 \quad \text{et } \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \\ z = L/2, & \quad w = 0 \quad \text{et } \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \end{aligned}$$

La procédure adoptée pour résoudre les équations aux dérivées partielles est basée sur la méthode des volumes finis. Le problème dynamique est régi par l'algorithme Simplest ; les équations discrétisées sont résolues au moyen du solveur TDMA (Tri-diagonal-Matrix-Algorithm) en utilisant une formulation implicite.

### 4.2. Configurations traitées

On donne dans le *tableau* les paramètres géométriques des trois entrefers lisses analysés, caractérisés par des rapports de forme  $(e/r_m)$  et des rapports d'aspect  $(L/e)$  différents. La *figure 5* présente ceux correspondant aux deux géométries rainurées : la première, étudiée dans une phase préliminaire, dite configuration A, est identique à la géométrie étudiée numériquement par Hayase [10] ; la seconde, dite configuration B, est identique à notre maquette. Pour cette dernière, les simulations en géométrie rainurée ont été effectuées sur une longueur d'entrefer correspondant à un rapport d'aspect  $\gamma$  égal à 10. Nous avons retenu cette valeur en nous appuyant sur les données de la littérature, plus particulièrement les résultats expérimentaux de Cole [14]. Selon cet auteur, un rapport d'aspect de 10 est considéré suffisamment grand pour ne pas affecter la valeur du nombre de Taylor critique  $Ta_c$ , déterminant la première transition vers un régime d'écoulement avec tourbillons en espace annulaire de longueur infinie.

TABLEAU / TABLE						
Paramètres géométriques des entrefers lisses modélisés.						
Geometrical parameters of modelled smooth gaps.						
Désignation	$r_i$ (mm)	$r_e$ (mm)	$e$ (mm)	$L$ (mm)	$\eta = r_i/r_e$	$\gamma = l/e$
Entrefer lisse I	45,72	62,85	17,13	400	0,727	23,35
Entrefer II	20	25	5	40	0,8	8
Entrefer III	140	145	5	640	0,965	128

configuration A - Hayase-						configuration B - maquette LET-					
$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3$											
	$r_i$ (mm)	$r_e$ (mm)	$\eta$	$e$ (mm)	$L$ (mm)	$\gamma$	$l$ (mm)	$p$ (mm)	$n_r$	$\theta$ (°)	
<b>A</b>	20	21,1	0,95	1,1	11	10	4,2	12	30		
<b>B</b>	140	145	0,965	5	50	10	8,3	15	48	7,5	

**Figure 5.** Caractéristiques des entrefers rainurés modélisés : configuration A (Hayase [10]) – configuration B (maquette LET).

**Figure 5.** Characteristics of modelled grooved gaps: configuration A (Hayase [10]) – configuration B (LET mock-up).

Pour chaque configuration, les calculs ont été effectués avec des maillages optimisés. Ainsi et à titre d'illustration, le maillage retenu pour la configuration B est  $(28 \times 16 \times 40)$  suivant  $(r, \theta, z)$  pour  $Ta$  voisin de  $10^5$ .

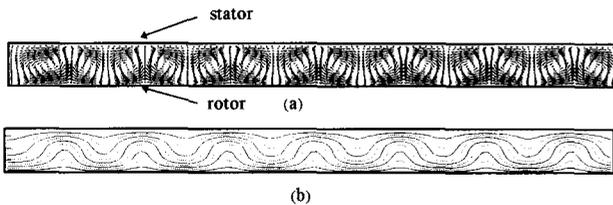
### 5. RÉSULTATS NUMÉRIQUES RELATIFS AU TRANSFERT DE CHALEUR

L'ensemble de nos développements numériques s'est effectué en plusieurs étapes nécessaires à la validation progressive des différents modèles bâtis.

En premier lieu, l'analyse a porté sur l'entrefer lisse ; de la même manière que lors de la qualification de nos travaux expérimentaux, nous avons considéré Becker et Kaye [5] et Aoki et al. [6] comme références. Puis, pour le traitement d'une géométrie rainurée, les résultats de calcul de Hayase [10] ont permis d'assurer nos premiers développements. Ensuite, notre modèle a été validé grâce aux résultats fournis par notre maquette. Nous finirons cette présentation en comparant ces deux types de géométries, afin de quantifier précisément l'influence de la présence de rainures sur une des parois.

## 5.1. Entrefer lisse

Nous présentons sur la *figure 6* des champs typiques de vitesse et de température associée issus des simulations en régime supercritique ( $Ta = 3Ta_c$ ). Les calculs ont été effectués avec des niveaux de température de 200 °C au rotor et de 100 °C au stator. On remarque que le champ des isothermes présente une périodicité axiale conduisant à une alternance de zones chaudes et de zones froides. Comme chacune des parois est portée à une température uniforme, le phénomène de transfert convectif dû aux tourbillons de Taylor entraîne une variation axiale périodique des gradients de température pariétale. Les valeurs extrêmes des gradients se situent entre deux tourbillons successifs. Sur une paroi donnée, ce gradient pariétal passe localement par un maximum lorsque les vecteurs vitesse sont dirigés vers celle-ci ; à l'inverse il est faible là où les tourbillons coopèrent en quittant la paroi.



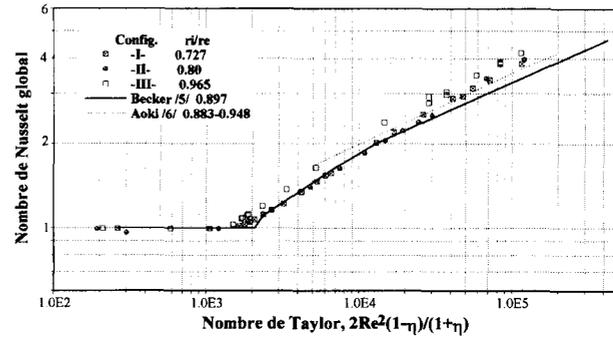
**Figure 6.** Champ dynamique (a) et champ thermique (b) dans le plan  $(r, z)$  correspondant à :  $Ta = 3Ta_c$ ,  $T_R = 200$  °C et  $T_S = 100$  °C, entrefer I :  $\eta = 0,727$  et  $\gamma = 23,35$ .

**Figure 6.** Dynamical field (a) and thermal field (b) in the  $(r, z)$  plane corresponding to  $Ta = 3Ta_c$ ,  $T_R = 200$  °C and  $T_S = 100$  °C, gap I :  $\eta = 0.727$  et  $\gamma = 23.35$ .

Le nombre de Nusselt global entre les deux parois à températures  $T_R$  et  $T_S$  fixées est défini par la relation (4). Le flux de chaleur total convecté au rotor résulte de l'intégration axiale de la densité locale de flux pariétal :  $q_p = -\lambda_m(\partial T/\partial r)|_p$ .

Sur la *figure 7* sont regroupés les résultats issus de nos simulations et ceux, expérimentaux, de Becker et Kaye [5] et de Aoki et al. [6], exprimés en termes de variation du nombre de Nusselt global en fonction du nombre de Taylor. Les simulations témoignent d'une première transition, située à une valeur compatible avec ce que permet d'évaluer la théorie. En particulier, selon la théorie, la valeur critique du nombre de Taylor vaut 2 159 pour l'entrefer I, 1 994 pour l'entrefer II et 1 738 pour l'entrefer III. Au-delà de  $Ta \approx 1,2 \cdot 10^4$ , le changement de pente observé par nos simulations est moins prononcé que celui obtenu à partir de résultats expérimentaux de Becker et Kaye, que ce soit en situation d'entrefer large ou étroit. Mentionnons que lors de ses développements numériques, Pérès [15] a constaté que la valeur de la longueur d'onde calculée des structures de Taylor est minimale pour ce point.

Globalement, on note une meilleure concordance entre nos résultats numériques et les corrélations de



**Figure 7.** Comparaison des résultats de calcul aux résultats expérimentaux de Becker et Kaye [5] et de Aoki et al. [6] ; cas d'un entrefer lisse.

**Figure 7.** Comparison of our numerical data with the experimental data of Becker and Kaye [5] and Aoki and al. [6]; case of a smooth gap.

Becker et Kaye lorsqu'il s'agit d'un entrefer large. Ainsi, on relève au maximum 8, 14 et 23 % d'écart entre nos résultats, correspondant aux entrefers de rapport de rayon  $\eta$  valant respectivement 0,727, 0,8 et 0,965, et ceux de Becker et Kaye. En revanche, aux vitesses de rotation les plus élevées, ces écarts sont moins importants, si on les compare aux résultats d'Aoki et al. [6], formulés dans le cas de l'air (équation (3)).

## 5.2. Entrefer rainuré

### 5.2.1. Configuration A (Hayase [10])

Lors de la phase préliminaire de développement du modèle et d'optimisation du maillage, nous nous sommes appuyés sur les résultats, également numériques, de Hayase. Nous reportons sur la *figure 8* nos résultats et ceux de Hayase, relatifs à la configuration rainurée (A). Globalement, on observe assez naturellement une bonne concordance entre nos résultats et ceux de cet auteur, dont la plage de variation de  $Ta$  ne dépasse cependant pas 4 000. Dans la région correspondant à  $Ta > Ta_c$ , où l'écart est de 2 % seulement avec les résultats de Hayase, nous avons pu retrouver des structures contrarotatives, qui interagissent de manière marquée avec la recirculation dans les rainures (*figure 9*). Pour  $Ta < Ta_c$ , la valeur du nombre de Nusselt demeure inférieure à 1, valeur correspondant classiquement à un régime de conduction pure. Rappelons que Hayase s'appuie sur la définition du nombre de Nusselt suivante :

$$Nu = \frac{\phi_{conv} e}{S_R \lambda_m (T_R - T_S)} \quad (8)$$

La densité de flux est toujours calculée par rapport à la surface lisse, ici celle du rotor, et la largeur caractéristique  $e$  est celle de la zone annulaire. Ainsi, cette formulation compare les transferts convectifs

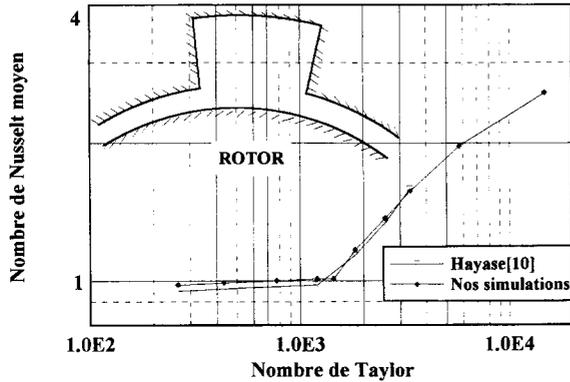


Figure 8. Comparaison de nos résultats de simulations avec les résultats numériques de Hayase.

Figure 8. Comparison of our numerical predictions with Hayase's numerical data.

d'une géométrie rainurée à ceux que l'on obtiendrait en situation lisse. Pour une valeur modérée de la vitesse de rotation ( $Ta < Ta_c$ ), l'air présent dans les rainures augmente la barrière thermique, et ainsi le nombre de Nusselt calculé par Hayase est inférieur à l'unité. Nous avons ensuite adopté une formulation (9) introduisant, comme référence, le flux de chaleur conduit pour la même géométrie rainurée, quand la paroi est immobile. On accède alors à la valeur du dénominateur par la seule modélisation (problème conductif 2D). De cette manière, le nombre de Nusselt prend une valeur légèrement supérieure à l'unité en l'absence de structures de Taylor, montrant ainsi véritablement le léger apport des rainures à faible vitesse de rotation.

$$Nu = \frac{\text{flux de chaleur convecté}}{\text{flux de chaleur conduit}} \quad (9)$$

Cette définition est finalement retenue pour comparer les résultats expérimentaux et numériques de la

maquette, et l'ensemble des flux de chaleur convectés mesurés et calculés sont référencés par rapport au flux de chaleur conduit.

### 5.2.2. Configuration B (maquette LET)

Nous présentons successivement les résultats permettant de suivre l'évolution des champs de vitesse et de température dans les plans de coupe radial et axial, puis les résultats caractérisant les transferts convectifs dans l'entrefer.

#### 5.2.2.1. Champs de vitesse et de température

Pour les cas de calculs relatés ici, les températures des parois sont imposées à la valeur moyenne des températures relevées à chaque paroi. Elles valent environ  $130^\circ\text{C}$  au rotor et  $20^\circ\text{C}$  au stator. À titre d'illustration, nous donnons ici les résultats de calculs effectués pour un point de fonctionnement caractérisé par une vitesse de rotation correspondant à une valeur de  $Ta$  supérieure à  $Ta_c$  ( $Ta = 2,7 \cdot 10^4$ ). Les champs de vitesse et de température issus des calculs 3D sont illustrés sur les figures 10 et 11. Les résultats présentés sur la figure 10 sont donnés dans le plan  $(r, z)$  situé au voisinage de l'une des parois latérales de la rainure. Ceux de la figure 11 sont donnés dans le plan  $(r, \theta)$  situé à une cote axiale  $z = L/4$ .

Ces figures montrent, tout d'abord, l'apparition, en régime supercritique, de structures tourbillonnaires dans l'entrefer rainuré, similaires aux tourbillons de Taylor présents dans un entrefer lisse. De plus, on observe, là encore, une interaction entre ces structures avec l'écoulement de recirculation dans les rainures. Pour ce point de fonctionnement, on constate que l'interaction s'étend sur un tiers de la profondeur. Le fond de la rainure n'est que très peu concerné par le mouvement de recirculation.

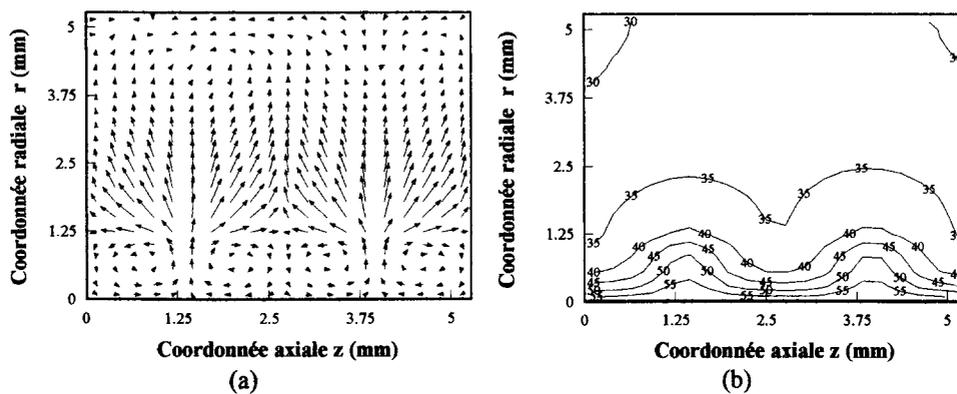


Figure 9. Champs de vitesse (a) et de température (b) dans un plan  $(r, z)$  traversant la rainure.  $Ta/Ta_c = 1,45$ ,  $T_R = 60^\circ\text{C}$  et  $T_S = 30^\circ\text{C}$ .

Figure 9. Velocity and temperature fields in the  $(r, z)$  plane across the groove.  $Ta/Ta_c = 1,45$ ,  $T_R = 60^\circ\text{C}$  and  $T_S = 30^\circ\text{C}$ .

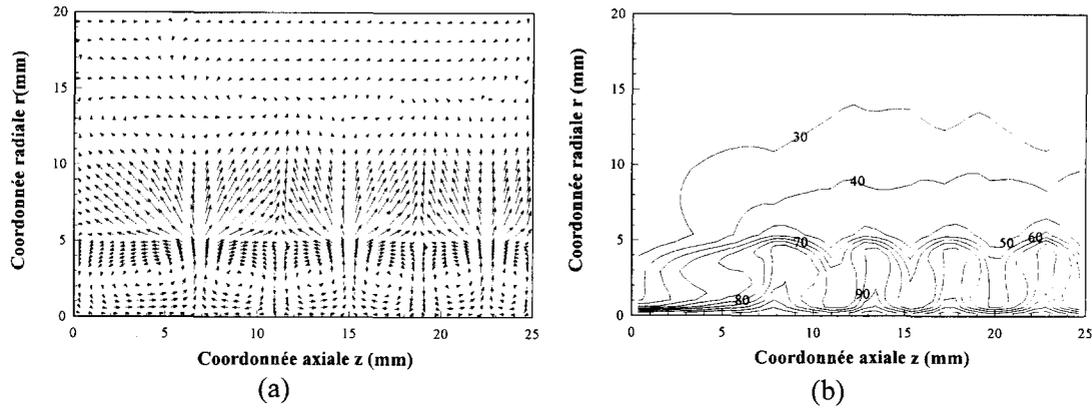


Figure 10. Champs de vitesse (a) et de température (b) dans le plan  $(r, z)$  au voisinage de la paroi latérale d de la rainure.  $Ta = 2,7 \cdot 10^4$ ,  $T_R = 130 \text{ }^\circ\text{C}$  et  $T_S = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Figure 10. Velocity (a) and temperature (b) fields in the  $(r, z)$  plane close to the d lateral wall of the groove.  $Ta = 2.7 \cdot 10^4$ ,  $T_R = 130 \text{ }^\circ\text{C}$  and  $T_S = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

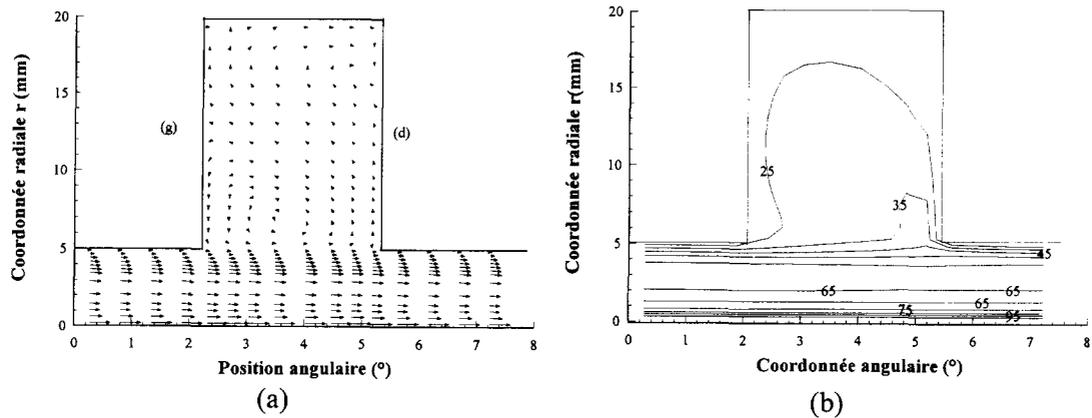


Figure 11. Champs de vitesse et de température dans le plan  $(r, \theta)$ .

Figure 11. Velocity and temperature fields in the  $(r, \theta)$  plane.

### 5.2.2.2. Nombre de Nusselt local

Nous reportons sur la *figure 12* la variation angulaire du nombre de Nusselt local et de la densité de flux convecté localement au rotor et au stator. Les évolutions présentées résultent de l'intégration des valeurs locales suivant l'axe principal de l'entrefer. Sur cette figure sont également reportées les variations de ces mêmes grandeurs au rotor, en situation d'entrefer lisse, ce qui permet de comparer les deux géométries d'espace annulaire et, ainsi, d'apprécier le rôle des rainures sur le niveau des transferts. Notons que les deux entrefers ont ici la même largeur ( $r_e - r_i = 5 \text{ mm}$ ). Sur la paroi lisse, le nombre de Nusselt est sensiblement uniforme. La comparaison entre les deux géométries montre clairement une augmentation de l'ordre de 25 % dans le cas d'un entrefer rainuré.

Au stator, la variation du nombre de Nusselt est principalement caractérisée par un pic (point 2) dû à un fort cisaillement de l'air dans cette région (*figure 10*), puis par une zone où le transfert est, au contraire, quasiment négligeable entre les points 3 et 4 délimitant le fond de la rainure. Enfin, la zone située entre les points 5 à 6 présente un niveau de transfert similaire à celui constaté sur la paroi du rotor.

L'examen de ces différentes courbes montre que, même si la contribution au transfert d'une grande partie de la rainure reste mineure, le transfert de chaleur est, malgré cela, globalement amélioré par leur présence, ainsi que le montre la *figure 13*. Celle-ci traduit la variation du nombre de Nusselt global en fonction du nombre de Taylor.

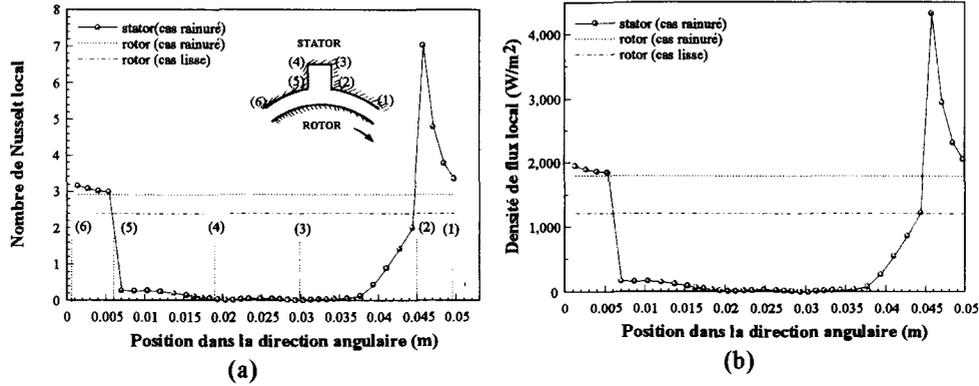


Figure 12. Variation du nombre de Nusselt (a) et de la densité de flux convecté (b) locaux au rotor et au stator dans la direction angulaire.

Figure 12. Variation of local Nusselt number (a) and convected heat flux density (b) at the rotor and the stator walls in angular direction.

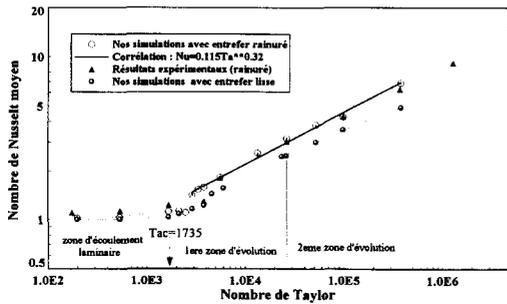


Figure 13. Variation du nombre de Nusselt global avec le nombre de Taylor. Comparaison entre nos résultats numériques et expérimentaux.

Figure 13. Variation of the global Nusselt number versus the Taylor number. Comparison between our numerical and experimental data.

### 5.2.2.3. Nombre de Nusselt global

Nos résultats expérimentaux et numériques se traduisent sur la figure 13 par l'évolution du nombre de Nusselt global en fonction du nombre de Taylor. Les résultats numériques limités à des valeurs de  $Ta$  inférieures à  $4 \cdot 10^5$  — limite imposée par l'utilisation d'un modèle laminaire — montrent essentiellement deux types d'évolution, suivant que l'on se situe en dessous ou au-dessus d'une valeur critique. Si la valeur de  $Ta_c$  qui caractérise la première transition d'un écoulement purement laminaire vers un écoulement laminaire avec tourbillons est de 1 738 pour l'entrefer lisse III, pour l'entrefer rainuré de même largeur, en revanche,  $Ta_c$  semble se situer au voisinage de 2 000 selon les calculs et à près de 3 900 selon les mesures. D'autre part, on constate, pour l'entrefer rainuré et pour la zone d'écoulement purement laminaire, une augmentation modérée du nombre de Nusselt avec la vitesse de rotation, tant par le calcul

que par l'expérience. Pour des valeurs de  $Ta$  comprises entre 3 000 et  $4 \cdot 10^5$ , nos résultats numériques peuvent être exprimés par une seule corrélation, dont l'extrapolation concorde avec nos mesures. Celle-ci est donnée par :

$$Nu = 0,115 Ta^{0,32} \text{ pour } 3\,000 < Ta < 4 \cdot 10^5 \quad (10)$$

## 6. CONCLUSION

Nous avons présenté les résultats expérimentaux et numériques caractérisant les transferts convectifs dans des espaces annulaires lisses ou rainurés quand l'écoulement de l'air résulte de la seule rotation du cylindre intérieur. Nous avons tout d'abord constaté une concordance très satisfaisante entre l'évolution du nombre de Nusselt acquis sur notre maquette, puvue d'un entrefer lisse, et les références de la littérature, données par Becker et Kaye en particulier.

La confrontation de nos résultats numériques avec ceux de la littérature a donné satisfaction quant à l'évaluation de ce nombre de Nusselt moyen pour plusieurs longueurs et largeurs d'entrefer lisse. En entrefer rainuré, et après avoir retrouvé les résultats de simulation de Hayase pour des valeurs modérées du nombre de Taylor, la comparaison des résultats de nos simulations avec ceux acquis sur notre maquette a permis la validation du modèle développé jusqu'à une valeur de  $Ta$  égale à  $4 \cdot 10^5$ , malgré certaines hypothèses restrictives (écoulement supposé laminaire pour la plage de vitesse de rotation investiguée, écoulement périodique, simulation d'une fraction de l'entrefer). L'ensemble de nos résultats expérimentaux, pour des nombres de Taylor pouvant atteindre  $2 \cdot 10^7$ , témoigne de l'intérêt des rainures pour intensifier le transfert, et

ceci d'autant plus que la vitesse augmente. Par exemple, la présence de rainures au stator augmente de 86 % le nombre de Nusselt à une vitesse de rotation élevée, pour laquelle  $Ta = 10^7$ .

## RÉFÉRENCES

- [1] Di Prima R.C., Swinney H.L., Instabilities and transition in flow between concentric rotating cylinders, in : Swinney H.L., Gollub J.P. (éds), *Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence*, Springer, Berlin, 1985, pp. 139-180.
- [2] Maron D.M., Cohen S., Hydrodynamics and heat/mass transfer near rotating surfaces, in : Irvine T.F., Harnett J.P. (éds), *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1991, pp. 141-183.
- [3] Bjorklund I.S., Kays W.M., Heat transfer between concentric rotating cylinders, *J. Heat Trans.-T. ASME* 81 (1959) 175-186.
- [4] Gazley C., Heat transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders, *J. Heat Trans.-T. ASME* 80 (1958) 79-90.
- [5] Becker K.M., Kaye J., Measurements of adiabatic and diabatic fluid flow in an annulus with an inner rotating cylinder, *J. Heat Trans.-T. ASME* 84 (1962) 97-105.
- [6] Aoki H., Nohira H., Arai H., Convective heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder, *Bull. JSME* 10 (1967) 523-532.
- [7] Tachibana F., Fukui S., Convective heat transfer of the rotational and axial flow between two concentric cylinders, *Bull. JSME* 7 (1964) 385-391.
- [8] Gardiner S.R.M., Sabersky R. H., Heat transfer in an annular gap, *Int. J. Heat Mass Tran.* 21 (1978) 1459-1466.
- [9] Hwang G. J., Lin D.K., Chen L.T., Heat transfer between rotating cylinders, in : *Proceedings of the 3rd International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, 1990, pp. 143-155.
- [10] Hayase T., Humphrey J.A.C., Greif R., Numerical calculation of convective heat transfer between rotating coaxial cylinders with periodically embedded cavities, *J. Heat Trans.-T. ASME* 114 (1992) 589-597.
- [11] Bouafia M., Bertin Y., Saulnier J.-B., Ropert P., Analyse expérimentale des transferts de chaleur en espace annulaire étroit et rainuré avec cylindre intérieur tournant, *Int. J. Heat Mass Tran.* 41 (10) (1998) 1279-1291.
- [12] Lee Y.N., Minkowycz W.J., Heat transfer characteristics of the annulus of two coaxial cylinders with one cylinder rotating, *Int. J. Heat Mass Tran.* 32 (1989) 711-722.
- [13] Ziouchi A., Contribution à l'analyse et à la modélisation des échanges convectifs dans un entrefer de moteur électrique fermé, thèse, université de Poitiers, 1996.
- [14] Cole J.A., Taylor vortex instabilities and annulus length effects, *J. Fluid Mech.* 75 (1976) 1-15.
- [15] Pérès I., Contribution à l'analyse de l'écoulement et des transferts convectifs dans un espace annulaire lisse ou encoché par voie de simulations numériques : application à un entrefer de moteur électrique, thèse, université de Poitiers, 1995.
- [16] Sacadura J.-F., *Initiation aux transferts thermiques*, Tec & Doc Lavoisier, Paris, 1980.

## ANNEXE

### Mesure de la température pariétale au rotor

Cette mesure est réalisée au moyen de fibres de verre fluoré reliées à un détecteur infrarouge. La mesure des températures locales sur la paroi tournante a nécessité au préalable l'étalonnage de ces fibres au moyen d'un corps noir. Pour chacune d'elles, nous avons relevé la caractéristique « tension du signal délivrée par le détecteur infrarouge en fonction de l'émittance contenue dans l'intervalle  $(0 - \lambda)$  et transmise par la fibre » :

$$M^0 = F_{0-\lambda} \sigma T^4$$

où  $F_{0-\lambda}$  est la fraction du pouvoir émissif total dans la région du spectre comprise entre  $\lambda = 0$  et  $\lambda = 5 \mu\text{m}$ , bande passante des fibres optiques utilisées :

$$F_{0-\lambda} = \int_0^\lambda M_\lambda^0 d\lambda / (\sigma T^4)$$

Sa valeur, fournie par la littérature en fonction du produit  $(\lambda T)$  [16], a été approchée par un polynôme de degré 4, en  $\lambda T$ , couvrant la plage de température investiguée ( $20^\circ\text{C} < T_S$  et  $T_R < 160^\circ\text{C}$ ).

Dans l'entrefer, la fibre reçoit le rayonnement émis par le rotor, d'une part, et par le stator après des multi-reflexions, d'autre part. L'expression de la densité de flux radiative transmise par la fibre in situ est déduite des relations décrivant respectivement les radiosités au rotor et au stator, dans lesquelles nous avons pris un facteur de vue géométrique égal à 1 entre les deux parois. Ces deux relations nous ont permis d'aboutir à l'expression suivante :

$$M = \frac{F_{0-\lambda}(\lambda T_R) \varepsilon_R \sigma T_R^4 + (1 - \varepsilon_R) F_{0-\lambda}(\lambda T_S) \varepsilon_S \sigma T_S^4}{1 - (1 - \varepsilon_R)(1 - \varepsilon_S)}$$

où  $T_R$  et  $T_S$  sont les températures locales au rotor et au stator,  $\varepsilon_R$  et  $\varepsilon_S$  les émissivités des parois. La température  $T_S$  est mesurée par un thermocouple au voisinage de la fibre considérée. Des mesures particulières ont permis d'accéder aux valeurs  $\varepsilon_R$  et  $\varepsilon_S$  des émissivités hémisphériques totales des parois bordant l'entrefer. Ainsi,  $\varepsilon_R$  et  $\varepsilon_S$  valent respectivement 0,8 au rotor, 0,25 au stator lisse et 0,45 au stator rainuré. Pour obtenir la température de paroi au rotor, la démarche consiste :

- 1) à mesurer  $M$  ;
- 2) à évaluer la contribution du stator  $M_S$  :

$$M_S = F_{0-\lambda}(\lambda T_S) \sigma T_S^4$$

- 3) à évaluer la contribution du rotor  $M_R$  :

$$M_R = F_{0-\lambda}(\lambda T_R) \sigma T_R^4 = [M(1 - (1 - \varepsilon_R)(1 - \varepsilon_S)) - M_S(1 - \varepsilon_R)\varepsilon_S] / \varepsilon_R$$

- 4) et finalement, par une loi inverse, à déterminer la température du rotor par un polynôme du type :

$$T_R = C_0 + C_1 \ln M_R + C_2 \ln^2 M_R + C_3 \ln^3 M_R + C_4 \ln^4 M_R$$

### Abridged English Version

#### Experimental and numerical study of heat transfer in an annular gap without axial flow with a rotating inner cylinder

Many technical improvements of rotating electric machinery need a better knowledge of heat transfer mechanisms, especially, in the region of the gap. Most electric motors have a configuration that may be approximated by a fixed outer cylinder and a rotating inner cylinder, and are characterized by the axially grooved surfaces of the cylinders. As opposed to a smooth gap, there are few works about the grooved one and often lead to contradictory results. The aim of this article is to present experimental and numerical results of heat transfer in both situations of a smooth and a grooved gap with a rotating inner cylinder and without axial flow.

Experimental investigations of heat transfer in the space between the cylinders of a full-scale mounted mock-up have been performed. Two geometries of the annulus are examined: the surfaces of the cylinders are either smooth, or the moving wall is smooth and the other has an axially grooved surface of 48 circumferentially periodic cavities. The numerical analysis has been performed for 5 geometries, 3 of them are smooth configurations differentiated by the size of the length and the width (see table). The others are grooved configurations, one of which is identical to the mock-up's geometry.

Discretized transport equations are solved for two-dimensional and three-dimensional, steady, constant property, laminar flow using the PHOENICS software. PHOENICS is based on a second order accurate finite volume scheme within the context of a SIMPLEST-based iterative methodology. For the grooved configuration, the model assumes a periodic flow in the circumferential direction. Consequently, our calculations are limited to an elementary domain including only one groove and its close environment. The two extremities of the gap are bounded by flat walls that are fixed to the outer cylinder.

The mock-up, shown in *figure 1*, consisted of an electrically heated rotor and a water-cooled stator. It has been designed to measure convected heat flux in the air gap when there is an axial flow superimposed on the rotational flow but only heat transfer data with no axial flow are given in this article. The rotor is a smooth tube of diameter  $D_i = 280$  mm. It is driven by a direct current motor whose rotational speed varies from 0 to 6 000 rpm. End caps were provided to the rotor to reduce the heat losses from both ends. Two stators have been examined. The first one is smooth and its diameter is  $D_e = 293$  mm. The second one of diameter  $D_e = 290$  mm, has 48 axially grooves with a depth  $p = 15$  mm and a width  $l = 8.3$  mm. The

characteristics of the two gaps are : ( $r_e - r_i = 6.5$  mm,  $r_i/r_e = 0.956$ ,  $e/r_m = 0.045$ ) for the smooth annulus, and ( $r_e - r_i = 5$  mm,  $r_i/r_e = 0.965$ ,  $e/r_m = 0.036$ ) for the grooved annulus.

The method mainly consists of measurement of temperatures at various points in the system: wall temperatures along the rotor and the stator, temperatures of the inlet and outlet-water flow, temperatures at the bearings and at the end caps to determine the heat losses from extremities of the rotor. The rotor temperatures are measured by means of 12 optical fibers positioned in the stator and connected to an infrared detector. In the stator, 122 thermocouples copper-constantan are used to measure temperatures close to the grooved surface (see *figure 2*). They are distributed at several axial positions, spaced uniformly. Auxiliary equipment was provided for measuring the dissipated flux, the rotational speed and the mass flow rate of the cooling water.

All the temperatures and the flux injected in the rotor are treated as boundary conditions in two numerical models in order to simulate conductive heat fluxes in the rotor and in the stator. After solving, we obtain the axial distributions of the conductive heat transfer at the walls of the gap. Convected heat fluxes at the rotor are equal to the difference between the conductive heat fluxes and the radiation heat fluxes.

Experimental data of heat transfer are shown in *figure 3*, in terms of variation of the global Nusselt number,  $Nu_{RS}$ , versus the modified Taylor number,  $Ta_m$ . For the smooth gap, the abundance of heat transfer data in the literature also with no axial flow offered the opportunity to compare our experimental results with those of other works [3, 5]. As shown in this figure, our results are in fair agreement with data of reference [5]. We find the first transition from a laminar flow ( $Nu_{RS} = 1$ ) to a flow with Taylor vortices for a critical value of Taylor number close to 1800. Beyond this value, we predict the increase of the Nusselt number in accordance with the correlations proposed by Becker and Kaye (equations (2)).

For the grooved gap, the onset of Taylor vortices seems to occur at a higher speed corresponding to  $Ta_m = 3900$ . This higher critical speed may not be entirely due to any stabilizing effect of the grooves, the literature showing that the critical value of the Taylor number is extremely sensitive to the gap width. Beyond this value,  $Nu_{RS}$  depicts a sudden variation up to  $Ta_m = 6000$  which is followed by an increase in compliance with two successive correlations that we propose with an uncertainty of  $\pm 10\%$  (equations (7)).

The comparison of the data between the two geometries (smooth and grooved) shows that the grooves at the stator are all the more favourable for heat transfer, since the speed is high. For example, the increase of  $Nu_{RS}$ , with regards to the smooth case, is 86 % when  $Ta_m$  reach  $10^7$ .

Figure 5 includes heat transfer data obtained by our numerical simulations for a smooth gap. When the gap is wide, we can see that the present numerical data lie close to the results of Becker and Kaye [5]. In a narrow gap, our data agree well with the empirical curve of Aoki and al. [6].

In the case of a grooved gap, a preliminary simulation carried out with the geometry identical to the one mentioned by Hayase [10], shows that our results are in good agreement with the case also simulated by Hayase (figure 8). Then, and still for the grooved geometry but now for our mock-up, figure 13 emphasizes the good agreement between our experimental and numerical data for  $Ta < 4 \cdot 10^5$ . However, the value of  $Ta_c$  which characterizes the transition to the first instability is

close to 2000 numerically and 3900 experimentally. It is interesting to note that, with theory as well as experimentally, we find a moderate increase of Nusselt number with the rotation speed in the region of laminar flow ( $Ta < Ta_c$ ), which is no doubt due to the presence of the grooves.

In this paper, we have presented experimental and numerical results characterizing the heat transfer in smooth and grooved gaps. Briefly, we can conclude that our experimental data, in a smooth gap, are in very good agreement with those mentioned in the literature. Moreover, our numerical data obtained for several width of smooth annulus agree well with experimental data of the literature. The comparison between our numerical and experimental data allowed us to validate the model developed for values of Taylor number,  $Ta$ , up to  $4 \cdot 10^5$  in spite of some restrictive hypotheses (flow considered laminar and periodic, simulation of a fraction of the gap). The experimental results, in a smooth gap, have shown the increase of heat transfer in presence of grooves for  $Ta$  up to  $2 \cdot 10^7$ .

